Cours1 : Méthodes variationnelles pour les problèmes elliptiques E. Humbert

Le but de ce cours est de donner une vue d'ensemble des outils basiques de résolution d EDP elliptiques en particulier l'équation associée au problème des la valeur propre pour l'opérateur de Laplace. Nous commencerons à travailler sur des ouverts de $\mathbb{R}^n$ puis étendrons ces résultats à des variétés riemaniennes. Le cours sera divisé en plusieurs parties :

1. **Espaces de Sobolev :** dans cette partie, nous définirons les espaces de Sobolev. Nous donnerons deux théorèmes principaux que nous utiliserons dans la suite : le théorème d'injection de Sobolev et le théorème de Rellich-Kondrachov .
2. **Opérateurs elliptiques :**nous étudierons les opérateurs elliptiques d'ordre 2 dans le but principal de les appliquer à l'opérateur de Laplace.Nous présenterons en particulier les thórèmes de régularité et le principe du maximum.
3. **Méthodes variationnelles :**nous présenterons les méthodes variationnelles qui permettront de résoudre des équations elliptiques du type $\Delta u(x) = f(x, u)$ avec conditions au bord sur des ouverts de f $\mathbb{R}^n$.
4. **Méthodes variationnelles en géomt́rie riemannienne :** dans cette partie, nous adapterons les résultats précédents aux variétés riemanniennes