

Cours 7. L'équation de la chaleur sur les variétés riemanniennes, A. Savo

Le but de ce cours est d'introduire les outils fondamentaux pour l'équation de la chaleur sur les variétés riemanniennes. Plutôt que de donner une vue d'ensemble sur les résultats (anciens et nouveaux) dans la théorie, nous présentons une liste sélectionnée de faits significatifs qui sont destinés à motiver la recherche dans ce domaine. Le principal problème à résoudre ici est la relation entre la diffusion de la chaleur et la géométrie de la variété, ce qui va être illustrée en examinant des estimations géométriques de solutions (valable en tout temps) et asymptotiques exactes pour des temps petits.

- Le noyau de la chaleur pour l'espace euclidien. Le noyau de la chaleur sur les variétés riemanniennes compactes sans bord et son développement asymptotique en temps petits. La représentation du noyau de la chaleur pour une solution.

- La trace du noyau de la chaleur et sa relation avec le spectre de l'opérateur de Laplace . Isospectralité. Estimations ponctuelles . Le principe du maximum. Inégalités isopérimétriques. La trace du noyau de la chaleur. Applications à des estimations sur les valeurs propres..

- Le noyau de la chaleur de Dirichlet sur les variétés riemanniennes à bord. Estimées intégrales. Le noyau de la chaleur de Dirichlet sur des variétés riemanniennes non compactes.

- Asymptotique de la chaleur. Problèmes surdéterminés pour l'équation de la chaleur : hypersurfaces stationnaire isothermes de domaines dans l'espace euclidien. Questions ouvertes liées sur les variétés riemanniennes.